SOLUTIONS

Solution 1 :

I- 1°/ $(2im + i + 4)^2 = (2im)^2 + 4im(i+4) + (i+4)^2$

$= -4m^2 - 4m + 16im + 15 + 8i$

$= -4m^2 - 4m(1-4i) + 15 + 8i$

$= P(m)$

2°/ a) $\Delta = (2m+5i)^2 - 4(2m^2 + (1+i)m - 2(5+i))$

$= 4m^2 + 20mi - 25 - 8m^2 - 4(1+i)m + 8(5+i)$

$= -4m^2 - 4m(1-4i) + 15 + 8i = P(m) = (2im + i + 4)^2$

$z' = \dfrac{2m + 5i + 2im + i + 4}{2} = m + im + 3i + 2 = (1+i)m + 2 + 3i$

$z'' = \dfrac{2m + 5i - 2im - i - 4}{2} = m - im + 2i - 2 = (1-i)m - 2 + 2i$

b) m est solution de (E) si et seulement si m vérifie (E)

$m^2 - (2m + 5i)m + 2m^2 + (1+i)m - 2(5+i) = 0$

$\Leftrightarrow m^2 + (1-4i)m - 2(5+i) = 0$

$\Delta = (1-4i)^2 + 8(5+i) = 25$

d'où $m' = \dfrac{-1+4i-5}{2} = -3+2i$ et $m'' = \dfrac{-1+4i+5}{2} = 2+2i$

II- 1°/ * Eléments caractéristiques de S :

Le rapport de S est $k = |1+i| = \sqrt{2}$

L'angle θ de S est $\theta \equiv \arg(1+i)\ (2\pi) \equiv \dfrac{\pi}{4}\ (2\pi)$

Le centre I a pour affixe $a = \dfrac{2+3i}{1-(1+i)} = \dfrac{2+3i}{-i} = -3+2i$